

YLIOPIPLASTUTKINTO 27.3.1992 MATEMATIIKKA, LAAJA OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 4, 5, 6, 9 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Määritä se funktion $f: f(x) = \sin x + 1$ integraalifunktio, joka saa arvon 3, kun $x = 0$.
2. Määritä ne käyrän $y = (x + 1)^4 - 4x$ pisteet, joissa käyrän tangentti on vaakasuora.
3. Ratkaise epäyhtälö $\sqrt{1 - 2x} < 2$.
4. a) Yhdenmuotoisten arkkien A4 ja A5 alojen suhde on 100:50. Kirjoitusta sisältävä A4-kokoinen arkki pienennetään kokoon A5. Kuinka monta prosenttia tekstin korkeus tällöin pienenee?
 b) Vektorin $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ alkupiste $A = (2, 3)$, vektorin \vec{u} suunta on sama kuin vektorin $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, ja vektorin \vec{u} pituus on 3. Määritä piste B .
5. a) Määritä yhtälön $ax^2 - 2x - a = 0$ pienempi juuri, kun a on nollasta eroava vakio.
 b) Kun eräällä paikkakunnalla 80 henkilöä jäi työttömäksi, nousi paikkakunnan työttömyysprosentti 9 prosentista 13 prosenttiin. Kuinka monta työtöntä paikkakunnalla oli tämän jälkeen?
6. a) Radiumin määrä N_0 pienenee määrään N ajassa t kaavan $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ mukaisesti, missä λ on vakio. Radiumin puoliintumisaika on 1 580 vuotta. Kuinka kauan radiumin määrän pieneminen kymmenesosaansa kestää?
 b) Verohallituksen ohjeen mukaan kunnallisverotuksessa myönnettävä perusvähennys lasketaan seuraavasti. Jos tulon määrä on 8800 mk, ei kunnallisverotuksessa jää verotettavaa tuloa. Jos tulon määrä ylittää 8800 mk, vähennystä pienennetään 20 prosentilla ylimenevästä tulon määrästä. Mitä kaavaa noudattaa x markan tulosta myönnettävä vähennys, ja millä x :n arvolla vähennys ei enää vaikuta?
7. Määritä lausekkeen $2x - \sqrt{1 - x^2}$ suurin ja pienin arvo.
8. Osoita, että käyrät $x^4 + y^4 = 1$ ja $2xy = 1$ leikkaavat toisensa, ja määritä leikkauspisteiden etäisyydet origosta. Tarkat arvot ja likiarvot kolmen desimaalin tarkkuudella.
9. a) Kolmion kärjet ovat $O = (0, 0)$, $P = (a, 0)$ ja $Q = (x_0, y_0)$ (a, x_0, y_0 ovat positiivisia vakioita). Kolmioon piirretään kannan OP suuntainen jana, jonka sivuilla OQ ja PQ olevat päätepisteet R ja S yhdistetään sivulla OP olevaan pisteeseen T . Mikä on janan pituus, kun kolmion RST ala on mahdollisimman suuri?
 b) Lausu funktio $f: f(x) = 12 \cos x - 5 \sin x$ muodossa $R \cos(x + \omega)$, missä R ja ω ovat vakioita, ja määritä tätä tietä funktion f suurin ja pienin arvo. Millä x :n arvoilla ne saavutetaan?

KÄÄNNÄ !

10. a) Funktion $f: f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ kertoimet toteuttavat ehdot $c \neq 0$, $d \neq 0$ ja $ad = bc$. Osoita, että f on vakiofunktio määrittelyjoukossaan. Mikä tämä vakioarvo on?

b) Lattia halutaan päällystää samankokoisilla säännöllisen n -kulmion muotoisilla laatoilla. Määritä kaikki luvun n arvot, joilla päällystäminen on mahdollista. Ohje: Olkoon n -kulmion kulma u . Tällöin on kulman u oltava muotoa $\frac{2\pi}{p}$, missä p on kokonaisluku. Lausu p luvun n avulla ja tutki, mitkä kokonaislukuparit (p, n) toteuttavat saadun yhtälön.