

YLIOPIILASTUTKINTO 30.3.1990 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 4, 5, 8, 9 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Laske polynomien $x^6 + x^3$ derivaatan arvo pisteessä $x = -\frac{1}{2}$.
2. Sähkön hintaa nostettiin vuoden alussa 11 prosenttia ja vuoden lopussa uudelleen 11 prosenttia. Kuinka monta prosenttia sähkön hinta nousi kaikkiaan?
3. Herätyskello jätättää 24 s vuorokaudessa. Maanantaiaamuna klo 7.00 kello oli 1 min 22 s edellä. Milloin kello oli seuraavan kerran oikeassa?
4. a) Määritä kaikki peräkkäiset luonnolliset luvut, joiden neliöiden erotus on 2211.
b) Neliön kärjet ovat $A = (1, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (-1, 0)$ ja $D = (0, -1)$. Määritä se neliön $ABCD$ piste, joka on i) lähinnä pistettä $(\frac{7}{2}, 4)$, ii) kauimpana tästä pisteestä.
5. a) Maanpintaa kuvaavan vaakatason pisteestä A näkyy 100 m korkea torni 3° kulmassa. Toisesta tason pisteestä B torni näkyy 4° kulmassa. Määritä pisteiden A ja B välimatka, kun torni sekä pisteet A ja B ovat samalla suoralla.
b) Määritä vakio A siten, että funktion $f: f(x) = A(x - x^2)$ erään integraalifunktion kuvaaja kulkee pisteiden $(1, 2)$ ja $(2, 3)$ kautta.
6. San Franciscon vuosien 1906 ja 1989 maanjäristysten suuruudet Richterin asteikolla olivat 8,2 ja 7,1. Määritä järistysten energioiden suhde, kun Richterin asteikon lukema M liittyy energiaan E kaavalla $\log_{10} E = 11,8 + 1,5M$.
7. Pisteiden $O = (0, 0)$, $P = (6, 8)$ ja $Q = (9, 14)$ määräämät vektorit \vec{OP} ja \vec{OQ} ovat suunnikkaan sivuina. Määritä suunnikkaan lävistäjien pituudet.
8. a) Erään liikkeen myymistä CD-levyistä on 99 prosenttia virheettömiä. Ostaja tarkastaa 21 levyn erän ja löytää kaksi virheellistä levyä. Mikä on tämän tapahtuman todennäköisyys?
b) Tasasivuisen kolmion kärjet ovat ympyrän kehällä. Kolmiota kierretään 60° ympyrän keskipisteen ympäri. Määritä kolmion uuden ja alkuperäisen asennon muodostaman tähden pinta-alan suhde kolmion alaan.
9. a) Kun $x \neq -a$, on $f(x) = \frac{x^2 - x + a}{x + a}$. Määritä a siten, että f supistuu polynomiksi. Mikä on tällöin $\lim_{x \rightarrow -a} f(x)$?

KÄÄNNÄ !

b) Kuution muotoiseen laatikkoon, jonka särmä on 20 cm, pakataan kerroksittain pallon muotoisia kovia karamelleja, joiden halkaisija on 2 cm. Pohjakerrokseen mahtuu tällöin 100 karamellia ja laatikkoon siis yhteensä 1000 kappaletta. Vastaava laatikon täyttäminen toistetaan käyttäen karamelleja, joiden halkaisija on $2/n$ cm (n kokonaisluku). Kuinka käy laatikkoon mahtuvien karamellien kokonaispainon?

10. a) Määritä vakio a väliltä $[0, 1]$ siten, että $\int_0^1 |x^2 - ax| dx$ on mahdollisimman pieni. Mikä on tämä pienin arvo?

b) Oppilaan kevättodistuksen keskiarvo oli 0,375:n verran parempi kuin joulutodistuksen. Kummassakin todistuksessa oli samat oppiaineet, mm. musiikki. Jos musiikkinumero, joka ei muuttunut, jätettäisiin huomiotta, olisi keskiarvon nousu 0,400. Kuinka monta oppiainetta todistuksessa oli ja kuinka moni arvosana vähintään nousi, kun mikään ei noussut kahta numeroa enempää?