

YLIOPIILASTUTKINTO 31.3.1989 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 2, 5, 6, 7 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Olkoon $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ ja $P'(x)$ sen derivaatta. Laske $P(-2)$ ja $P'(-2)$.
2. a) Ratkaise yhtälö $(12x - 1)x = 6$.
 b) Erään tavaran hintaa oli alennettu 25 %. Kun alennetusta hinnasta luvattiin vielä 20 % alennus, olisi tavaran saanut 294 markalla. Kuinka suuri oli alkuperäinen hinta?
3. Ratkaise epäyhtälö $(x - 2)^2 - (x^2 - 4) > 2$.
4. Määritä se funktion $f: f(x) = 6x^2 - 1$ integraalifunktio F , jolle $F(-1) = 6$.
5. a) Piirrä käyrä $y = x^3 - 9x$ ja laske käyrän ja positiivisen x -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala.
 b) Kausiluonteista työtä tekevä henkilö ansaitsi $(15 - (3 - \frac{1}{2}n)^2) \cdot 1000$ mk/kk, missä n on kuukauden järjestysnumero $(1, \dots, 12)$. Kuinka suuri oli tällöin vuosipalkka?
6. a) Origosta alkavan vektorin $\vec{a} = 2\vec{i} + 7\vec{j}$ päätepisteestä P alkava ja x -akselin pisteeseen Q päättyvä vektori \vec{b} on kohtisuorassa vektoria \vec{a} vastaan. Määritä pisteet P ja Q sekä vektori \vec{b} .
 b) Eräs bakteeri on muodoltaan ympyrälieriö, jonka päissä on puolipallot. Lieriön pituus on $4,0 \cdot 10^{-6}$ m, ja pohjan halkaisija on $1,5 \cdot 10^{-6}$ m. Puolipallojen säde on sama kuin lieriön pohjaympyrän säde. Laske bakteerin tilavuus ja massa käyttäen tiheytenä veden tiheyttä.
7. a) Määritä funktion $f: f(x) = 4x^3 - 11x^2 - 14x - 25$ suurin arvo välillä $[-2, 4]$.
 b) Origokeskisen ympyrän säde on 9. Selvitä, voidaanko pisteestä $(-4, 8)$ piirtää ympyrälle tangentti.
8. Yhtenä päivänä klo 9 - 20 avoinna olleen näyttelyn kävijämäärästä tehtiin seuraavat havainnot: klo 11 mennessä oli käynyt 42 henkeä, klo 12 mennessä 115, klo 15 mennessä 171, klo 17 mennessä 268, klo 19 mennessä 580 ja sulkemisaikaan mennessä 623 henkeä. Piirrä kävijämäärää kuvaava käyrä ja selvitä sen avulla 1) mitkä olivat hiljaisimmat tunnit, 2) kuinka monta kävijää tunnissa kävi vilkkaimpaan aikaan.
9. a) Massa m pienenee ajan t funktiona eksponentiaalisesti ($m = m_0 2^{-t/T}$, missä m_0 ja T ovat vakioita) puoliintumisajan ollessa 20 d. Missä ajassa m pienenee 10 %?
 b) Tieosuudella, jolla oli 90 km/h nopeusrajoitus, mitattujen nopeuksien keskiarvo oli 85,2 km/h ja keskihajonta 8,0 km/h. Kuinka monta % autoista ajoi 1) ylinopeutta, 2) vähintään 100 km/h, kun nopeuksien jakauma oli normaali?
10. Maapallon meridiaanin neljännes (matka päiväntasaajalta navalle) on 10 000 km. Päiväntasaajan yläpuolella 36 000 km korkeudella merenpinnasta on tietoliikennesatelliitti. Kuinka korkealla horisontin yläpuolella ($0, 1^\circ$:n tarkkuudella) se on, jos se on suoraan etelässä tarkastelupaikasta, jonka leveyspiiri on $70, 0^\circ$ (Utsjoki)?