

Tehtävissä 1, 5, 7, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

\*:llä merkityt tehtävät eivät kuulu oppimäärän keskeisiin alueisiin.

1. a) Määritä yhtälön  $(1 + 4x + x^2)^2 = (1 - 4x - x^2)^2$  reaalijuuret.  
 b) Tuotteen hintaa alennetaan 12 %. Kuinka monella prosentilla sen myyntiä on lisättävä, jotta siitä saatava myyntitulo pysyisi ennallaan?
2. 110 m:n aitajuoksussa on 10 aitaa, joiden väli on 10 jaardia. Kuinka pitkä matka on lähtöviivalta ensimmäiselle aidalle ja viimeiseltä aidalta maaliviivalle, kun jälkimmäinen matka on edellistä 30 cm pitempi? (1 jaardi = 91,4 cm).
3. Laske  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{(1-x)^2}$ .
4. Ratkaise yhtälö  $(\sin x + \sqrt{3})^2 = \frac{27}{4}$ .
5. a) Neljän r-säteisen ympyrän keskipisteet ovat 2r-sivuisen neliön kärjissä, ja R-säteinen ympyrä sivuaa kaikkia neljää ympyrää ( $R > r$ ). Laske ensin mainittujen ympyröiden väliin jäävän alueen alan suhde R-säteisen ympyrän alaan.  
 b) Ratkaise yhtälö  $\ln(x-1) + \ln(x-2) + \ln(x+3) = \ln 6$ .
6. Ratkaise epäyhtälö  $\frac{2x}{3} < \frac{1-3x}{x-2}$ .
7. a) Vuoren huippu näkyy paikassa A olevasta laivasta suoraan etelässä  $15^\circ$  horison-  
 tin yläpuolella. Kun laiva siirtyy sellaiseen kohtaan B, että suunta AB muodostaa  $70^\circ$  kulman eteläsuunnan kanssa ja etäisyys  $AB = 4,00$  km, näkyy huippu suoraan lounaassa. Laske huipun korkeus.  
 \*b) Määritä kompleksitason alueiden  $|z-1| < 1$  ja  $|z-i| < 1$  yhteisen osan ala.
8. a) Määritä kaikki funktion  $f: f(x) = \cos \frac{1-x}{x}$  derivaatan välillä  $] -1, 1[$  olevat nollakohdat.  
 \*b) Laske pisteen A etäisyys pisteiden O, B ja C määräämästä tasosta OBC, kun  $\vec{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{OB} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  ja  $\vec{OC} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ .
9. Osoita, että käyrät  $\frac{(x-3)^2 + y^2}{(x+3)^2 + y^2} = C$  kaikilla positiivisilla C:n arvoilla ( $\neq 1$ ) ovat ympyröitä. Mitkä käyrät saadaan arvoilla  $C = 0$  ja  $C = 1$ ? Osoita, että kahta erisuurta C:n ei-negatiivista arvoa vastaavat käyrät eivät kohtaa toisiaan.
10. a) L-kirjaimen muotoinen käytävä muodostuu kahdesta yli 10 m:n pituisesta keskenään kohtisuorasta suorasta osasta, joiden leveydet ovat 1 m ja 2 m. Mikä on pisin suora tanko, joka voidaan vaakasuorassa asennossa kuljettaa käytävän läpi?  
 \*b) Funktio f on derivoituva välillä  $]0, \infty[$  ja toteuttaa ehdon  $f(xy) = f(x) + f(y)$ , kun  $x, y > 0$ . Osoita, että  $f'(x) = f'(1)/x$ , kun  $x > 0$ .