

Tehtävissä 1, 3, 6, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).




\*:llä merkityt tehtävät eivät ole kurssien keskeiseltä alueelta.

1. a) Määritä funktion  $f: f(x) = \int_0^x (t^2 - 5t + 6)dt$  derivaatan nollakohdat.  
 b) Henkilöllä on pankissa 5 000 mk 5 %:n tilillä ja 10 000 mk  $p$  %:n tilillä. Hänen koko 15 000 mk:n talletukselle saamansa vuotuinen korko on 6 %. Määritä  $p$ .
2. Onko  $-e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$  funktion  $x^2 e^{-x}$  integraalifunktio?
3. a) Osoita käyttämättä likiarvoja, että  $\sqrt{30 - 12\sqrt{6}} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}$ .  
 b) Piste Q on O-keskisellä ympyrällä. Pisteeseen Q piirretty ympyrän tangentti leikkaa säteen OP jatkeen pisteessä R. Määritä kulma PRQ, kun kulma PQR =  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 45^\circ$ ).
4. Auringon säteet muodostavat vaakasuoran pihan kanssa  $42^\circ$  kulman. Pihalle pystytetyn lipputangon varjosta 6,0 m:n pituinen osa lankeaa maahan ja 3,6 m:n pituinen loppuosa pystysuoralle seinälle. Laske lipputangon korkeus.
5. Muodosta yläviistoon osoittava yksikkövektori, joka on käyrän  $y = 2x^2 + 2x - 1$  pisteeseen  $(-1, -1)$  piirretyn tangentin suuntainen.
6. a) Luku  $x$  toteuttaa ehdot  $1 - 3 \cdot 10^{-15} < x < 1 + 3 \cdot 10^{-15}$ . Osoita, että tällöin on  $1 - 6 \cdot 10^{-15} < x^2 < 1 + 7 \cdot 10^{-15}$ .  
 \*b) Laske  $\int_0^\pi \sin 2x \cos x \, dx$ .
7. Pallo potkaistaan ilmaan  $30^\circ$  kulmassa, ja se lentää 50 m:n päähän. Kuinka korkealla pallo käy, jos sen lentorata on paraabeli, jonka akseli on pystysuora?
8. a) Metrin pituinen sauva katkaistaan umpimähkään valitusta kohdasta, ja saadut osat valitaan suorakulmaisen kolmion kateeteiksi. Mikä on todennäköisyys sille, että tällöin hypotenuusan pituus on vähintään 80 cm?  
 \*b) Määritä kompleksiluvun  $z = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$  potenssit  $z^0, z^1, z^2, \dots$ . Kuinka monta eri lukua esiintyy niiden joukossa?
9. Kääntöpuolella on kirjelähetysten koko- ja painoperusteita sisältävä tiedote. Mikä on suurin sallittu rullan muotoisen kirjeen tilavuus? Vastaus  $0,1 \text{ dm}^3$ :n tarkkuudella.
10. a) Osoita, että yhtälöillä  $x - \cos x = 0$  ja  $x - \cos(\cos x) = 0$  on kummallakin täsmälleen yksi juuri, joka lisäksi on yhtälöille yhteinen.  
 b) Erään kartan koordinaatistossa paloasema sijaitsee pisteessä  $A = (-1, 0)$ , ja veden ottoon käytettävissä olevaa joen osaa kuvaa yhtälö  $y = \sqrt{1 - x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ). Tulipalon sattuessa pisteessä  $B = (\frac{1}{2}, 0)$  paloauto kiittää nopeudella 100 km/h suoraan joen kohtaan X, jossa auton vesisäiliö täytetään. Tämän jälkeen auto jatkaa matkaansa suoraan kohti palopaikkaa nopeudella 45 km/h. Miten piste X on valittava, jotta paloauto vesisäiliö täytettynä ehtisi palopaikalle mahdollisimman lyhyessä ajassa?

# TUNNE PÄIVÄNPOSTIN JA SÄÄSTÖPOSTIN MITAT JA PAINOT.

Kirjelähetysten koko- ja painoperusteet ovat samat sekä päivänposti- että säästöpostiluokassa.

## KOTIMAAN KIRJEET

	VÄHIMMÄIS- KOKO	ENIMMÄIS- KOKO	ENIMMÄIS- PAINO
 KIRJE	90x130 mm	pituus + leveys + paksuus = 900 mm suurin pituus kuitenkin enintään 600 mm	1 kg
 RULLAN MUOTOINEN	pituus + kaksinkertainen läpimitta = vähintään 170 mm suurin pituus kuitenkin vähintään 100 mm	pituus + kaksinkertainen läpimitta = enintään 1040 mm suurin pituus kuitenkin enintään 900 mm	1 kg
 KORTIN MUOTOINEN	90x130 mm	Suosittelimme lisäksi, että päälyksettömän-kortin- muotoisen lähetyksen enimmäiskoko on 107x152 mm	

Kortin muotoisen, ilman kuorta lähetettävän kirjeen valmistusmateriaaliksi suositellaan korttikarttonkia (vähintään 140 g/m<sup>2</sup>) tai vastaavaa ainetta, jolla on postikäyttöön soveltuvat ominaisuudet.

## JOS TARVITSET LISÄTIETOJA, SOITA TAI TULE LÄHIMPÄÄN POSTIIN JA KYSY UUSJAOSTA.

Uusjako maaliskuussa -84 on postin mittavimpia palvelu-uudistuksia kautta aikojen. Näiden perustietojen avulla kotimaan kirjepostituksesi sujuvat entistä joustavammin uusjaon alkaessa. Lisäpalveluista, ulkomaanliikenteestä ja muista yksityiskohdista saat kaikki tiedot lähipostistasi.



Posti- ja telelaitos