

Tehtävissä 1, 4, 5 ja 8 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. a) Määritä funktion $f: f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ derivaatan nollakohdat.
 b) Tavarahan hinta oli aluksi 100 mk, mutta se nousi sitten 8 %. Myöhemmin tätä hintaa alennettiin p %, jolloin lopulliseksi hinnaksi tuli 97 mk 20 p. Määritä p .
2. Millä vakion a arvoilla funktio $P: P(x) = x^2 + 4x + a$ ei saa negatiivisia arvoja?
3. Laske lausekkeen $\sin 2x$ tarkka arvo, kun $\cos x = \frac{5}{13}$ ja $\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$.
4. a) Laske $\int_0^3 \sqrt{1+x} dx$.
 b) Ratkaise epäyhtälö $(x-1)^4 < 10^{-8}$.
5. a) Noppaa heitetään kuusi kertaa. Mikä on todennäköisyys sille, että silmäluku kolme esiintyy täsmälleen kolme kertaa?
 b) Esitä vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ kantavektorien $\vec{e}_1 = \vec{i} + \vec{j}$ ja $\vec{e}_2 = \vec{i} + 2\vec{j}$ avulla.
6. Merkitään lämpötilaa mitattuna Celsius-asteikossa C :llä ja Fahrenheit-asteikossa F :llä. Samaa lämpötilan muutosta vastaavien C :n ja F :n muutosten ΔC ja ΔF suhde on vakio. Veden jäätymispistettä vastaa F :n arvo 32 ja kiehumapistettä F :n arvo 212. Lausu C F :n funktiona ja kääntäen sekä piirrä näiden funktioiden kuvaajat. Onko henkilöllä kuumetta, jos hänen ruumiinlämpönsä on $100^\circ F$?
7. Käyrän $y = \sqrt{|x-a|(2a-x)}$ ($a > 0$) pyörähtäessä x -akselin ympäri syntyy kaksi pyörähdyskappaletta. Millä a :n arvoilla nämä ovat keskenään yhtä suuret?
8. a) Missä kompleksitason pisteissä on voimassa yhtälö $z\bar{z} = 4(z-1)(\bar{z}-1)$? Piirrä kuvio.
 b) Suorakulmion muotoisen biljardipöydän kärkinä ovat pisteet $O = (0,0)$, $A = (0,1)$, $B = (\frac{5}{4}, 1)$ ja $C = (\frac{5}{4}, 0)$. Pisteestä $P = (0, \frac{1}{3})$ lähtevä pallo kohtaa sivun AB pisteessä X ja kimpoaa siitä sivujen BC ja CO kautta takaisin pisteeseen P . Määritä piste X .
9. Ympyräsektori AOB , jonka säde on 1, taivutetaan ympyräkartion vaipaksi liittämällä yhteen säteet OA ja OB . Miten on valittava sektorin keskuskulma AOB , jotta saatu kartio olisi tilavuudeltaan mahdollisimman suuri? Ilmoita kulman AOB tarkka arvo ja likiarvo asteen sadasosan tarkkuudella.
10. Olkoon f funktio, joka on jatkuva arvolla $x = 0$ ja toteuttaa kaikilla x :n arvoilla ehdon $f(x)f(-x) = |x|$. Osoita, että f ei ole derivoituva kohdassa $x = 0$. Anna esimerkki tällaisesta funktiosta.