

Tehtävissä 5, 6 ja 7 suoritetaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Laske $\int_2^3 \frac{dx}{(x+1)^2}$.
2. Ratkaise yhtälö $\sqrt{x-1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{2}$.
3. Ratkaise epäyhtälö $3x - 1 > 2|x|$.
4. Osoita: Jos $x + y = 2a$, niin $xy \leq a^2$, ja $xy = a^2$, jos ja vain jos $x = y = a$.
5. a) Kolmion kahtena sivuna ovat samasta pisteestä lähtevät vektorit $\vec{a} = t\vec{i} + 2\vec{j}$ ja $\vec{b} = -2\vec{i} + (t-2)\vec{j}$ (t reaaliluku). Osoita, että kaikilla t :n arvoilla kolmion kolmas sivu on pisin.
b) Kolmion kärjet ovat $A = (0,0)$, $B = (5,0)$ ja $C = (6,3)$. Laske lausekkeen $\tan A + \tan B + \tan C$ tarkka arvo.
6. a) Millä x :n arvoilla sarja $\sum_{n=0}^{\infty} (1-x^2)^n$ suppenee, ja mikä on tällöin sen summa?
b) Kymmenestä henkilöstä, joiden joukossa on kaksi veljestä, muodostetaan arpomalla kaksi viisihenkistä työryhmää. Millä todennäköisyydellä veljekset joutuvat eri ryhmään?
7. a) Osoita, että kuvauksella $f: [-2,0] \rightarrow [0,16]$, $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ on käänteiskuvaus, ja johda sille lauseke.
b) Funktio f on positiivinen ja derivoituva, kun $x > 0$, ja $f(2) = 1$. Sen kuvaajan pisteeseen (x,y) piirretty tangentti leikkaa x -akselin pisteessä $(\frac{3}{2}x, 0)$. Määritä f .
8. Piste P liikkuu xy -tasossa pisteestä $O = (0,0)$ pisteeseen $A = (10,5)$. P :n nopeus x -akselin ulkopuolella on v (= vakio) ja x -akselilla $1,25 v$. Mikä reitti O :sta A :han on nopein?
9. Määritä käyrän $y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ sekä suorien $y = 0$, $x = 0$ ja $x = -a$ ($a > 0$) rajoittaman alueen ala sekä tämän alan raja-arvo, kun $a \rightarrow \infty$.
10. Funktio f , joka ei ole vakio, toteuttaa kaikilla lukupareilla (x,y) yhtälön $f(x+y) = f(x)f(y)$. Lisäksi on $f'(0)$ olemassa ja $= m$. Osoita, että $f'(x)$ on olemassa kaikilla x :n arvoilla, ja määritä $f'(x)/f(x)$.