

Tehtävissä 5, 6, 7 ja 8 suoritetaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Määritä luku a siten, että $\int_{-a}^a (x^2 + ax)dx = 1/12$.
2. Neliön sivut ovat koordinaattiakselien suuntaiset, keskipiste origossa ja kärjet käyrällä $x^2 + 2y^2 = 4$. Laske neliön sivu.
3. Millä vakion a arvoilla polynomifunktion $x^3 + ax^2 + 3x$ derivaatta on kaikkialla positiivinen?
4. Ratkaise yhtälö $1 + \sin 2x = \cos 2x$.
5. a) Olkoon A joukko $\mathbb{R} - \{2\}$, B joukko $\mathbb{R} - \{1\}$ ja f kuvaus $A \rightarrow B$:
 $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ (\mathbb{R} reaalilukujen joukko). Osoita, että f on bijektio.
 b) Ratkaise yhtälöpari $x + y = 5$, $x^3 + y^3 = 35$.
6. a) Pisteestä P kolmion ABC kärkiin piirretyt vektorit ovat $\overline{PA} = \vec{a}$, $\overline{PB} = \vec{b}$ ja $\overline{PC} = 3(\vec{b} - \vec{a})$. Lausu P :stä mediaanin AD keskipisteeseen Q piirretty vektori vektoreiden \vec{a} ja \vec{b} avulla.
 b) Ympyränsektorin OAB sisään piirretty ympyrä sivuaa sädettä OA pisteessä P , ja $OP:PA = 2:1$. Laske sektorin keskuskulma $0,1^\circ$:n tarkkuudella.
7. a) Pisteiden $(0,1)$ ja $(t,0)$ kautta kulkeva suora leikkaa ympyrän $x^2 + y^2 - y = 0$ pisteissä $(0,1)$ ja (u,v) . Lausu u ja v t :n funktioina.
 b) Kolmihenkinen toimikunnan jäsenet valitaan arvalla kolmen naisen ja viiden miehen joukosta. Millä todennäköisyydellä ainakin kaksi miestä joutuu toimikuntaan?
8. a) Käyrän $y = a/\sqrt{x}$ ($a > 0$) pisteiden $P = (x_1, y_1)$ ja $Q = (x_2, y_2)$ kautta piirretyt y -akselin suuntaiset suorat rajoittavat käyrän ja x -akselin kanssa alueen A . Vastaavasti P :n ja Q :n kautta piirretyt x -akselin suuntaiset suorat rajoittavat käyrän ja y -akselin kanssa alueen B . Osoita, että A :n ja B :n alojen suhde on pisteistä P ja Q riippumaton.
 b) Määritä ne käyrät, jotka leikkaavat positiivisen y -akselin ja joiden jokaisessa pisteessä (x,y) tangentin kulmakerroin on $x/4y$. Millä välillä ovat tämän kulmakertoimen kaikki arvot?
9. Piirrä xy -tasoon alue, jonka määrittelevät epäyhtälöt $|y| < x + 2$, $|y| > 3x$. Mitkä arvot lauseke $|x - y|$ saa tässä alueessa?
10. Osoita, ettei mikään kokonaislukupari (x,y) toteuta yhtälöä $x^2 - y^2 + x - y + 1 = 0$.