

Tehtävissä 3, 5, 7 ja 8 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Autoilija ajoi ajassa 2 h 40 min matkamittarinsa mukaan 205 km. Matkamittari näytti 5 % todellista matkaa suurempaa lukemaa. Mikä oli autoilijan keskinopeus?
2. Ratkaise epäyhtälö $|3x - 2| \geq |-x + 1|$.
3. a) Osoita, että jokaisella luvulla $m = 2, 3, 4, \dots$ vektorin $2\vec{i} + m\vec{j}$ pituus on pienempi kuin $m + 1$.

b) Neliön muotoiselle tontille rakennetaan suorakaiteen muotoinen talo, jonka pitempi sivu on puolet tontin sivusta ja lyhyempi kolmasosa tontin sivusta. Piha-aluetta jää tällöin 400 m^2 . Laske tontin ala.
4. Paraabelit $y_a(x) = x^2 - ax + 2a$, $a \in \mathbf{R}$, kulkevat kaikki saman pisteen kautta. Määritä tämä piste. Määritä paraabelin $y = y_a(x)$ tangentin kulmakerroin a :n funktiona tässä pisteessä.
5. a) Rationaaliluku $\frac{3650401}{2107560}$ on likiarvo luvulle $\sqrt{3}$. Tutki, onko se ylä- vai alalikiarvo.

b) Suora ja ympyrä leikkaavat siten, että ympyränkaari jakautuu kahteen osaan suhteessa 1:2. Määritä suoran erottamien ympyrän osien alojen suhde.
6. Suoran ympyrälieriön muotoisen tynnyrin vetoisuus on 200 l ja sen sivun pituus on 1,12 m. Kyljellään makaavassa tynnyrissä on polttoainetta 32 cm. Ostaja maksoi tynnyristä polttoaineineen 600 mk. Tekikö ostaja hyvän kaupan, kun polttoaine maksaa 4,67 mk/l ja tynnyri on arvoltaan 100 mk?
7. a) Valmistaja saa myydyksi tuotettaan määrän

$$m = \frac{400}{\sqrt{50 + p}},$$

kun yhden yksikön hinta on p mk. Tuotemäärän kaikki kustannukset ovat $800 + 2m$ (mk). Millä p :n arvoilla valmistaja saa voittoa?

b) Budjettia pitää leikata 25 % kuuden vuoden aikana. Kuinka paljon sitä pitää leikata vuosittain kuutena vuotena, kun prosentuaalinen leikkaus halutaan tehdä samansuuruisena joka vuosi?

KÄÄNNÄ!

8. a) Suoran pyramidin pohja on neliö ja sivutahkot muodostavat pohjan kanssa 40° kulman. Kuinka suuri on sivutahkojen välinen kulma (asteissa)?

b) Ratkaise yhtälöpari

$$xy + y^2 = 4y$$

$$x^2 + xy = 4.$$

9. Valonsäde lähtee origosta mielivaltaiseen suuntaan xy -tasossa. Pisteiden $(0,1)$ ja $(2,1)$ välissä on xy -tasoa vastaan kohtisuorassa oleva peili. Millä todennäköisyydellä säde kohtaa suoran $y = -x - 1$?

10. Olkoon

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-1} - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t+1}{3t-1}.$$

Määritä derivaatta $f'(x)$, kun $x > \frac{1}{3}$. Laske $\int_1^2 f(x) dx$.