

YLIOPIILASTUTKINTO 21.9.1994 MATEMATIIKKA, LAAJA OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 4, 5, 6, 7 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise yhtälö $(\sqrt{1-2x} + 1)^2 = 16$.
2. Tekokuut A ja B kiertävät maata ympyränmuotoisilla radoilla. A:n rata on 50 km pitempi kuin B:n rata. Kuinka paljon korkeammalla A on?
3. Laske funktion $\sin 2x$ tarkka arvo, kun $\sin x = -\frac{8}{17}$ ja $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
4. a) Pyöreä putki, jonka poikkileikkauksen läpimitta on 10 cm, kulkee 3,0 m korkuisen huoneen lattian ja katon läpi muodostaen 70° kulman lattian kanssa. Mikä on huoneessa olevan putken osan tilavuus?

b) Missä xy -tason osissa on voimassa epäyhtälö $xy - x - y + 1 < 0$?

5. a) Millä a :n arvoilla yhtälöllä

$$(a^2 - 3a + 2)x^2 - (a^2 - 5a + 4)x - (a^2 - a) = 0$$

on enemmän kuin kaksi ratkaisua?

- b) Joukkue A johtaa koripallo-ottelua yhdellä pisteellä peliajan päättyessä. Joukkue B on saanut kuitenkin vielä kolme vapaaheittoa, joista kustakin saa sen onnistuessa yhden pisteen. Kunkin vapaaheiton onnistumistodennäköisyys on 75 %. Millä todennäköisyydellä joukkue B on voittanut ottelun vapaaheittojen jälkeen?
6. a) Jos kauppias alentaa tuotteen hintaa p %, tuotetta myydään $1,6 p$ % enemmän. Mikä p :n arvo antaa kauppiaalle suurimman myynnin arvon? Millä p :n arvolla myynnin arvo on sama kuin alkuperäisellä hinnalla?

b) Määritä sen suoran kulmakerroin, joka puolittaa x -akselin ja suoran $y = -2x$ välisen tylpän kulman (tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo).

7. a) Aluetta rajoittavat koordinaattiakselit, suora $x = 4$ ja käyrä $y = 1 + 15(x + 1)^{-2}$. Jaa alue kahteen pinta-alaltaan yhtä suureen osaan.

b) Kaksi järveä on yhdistettävä mahdollisimman lyhyellä kanavalla. Määritä kanavan alku- ja loppupisteet koordinaatistossa, jossa järvien välisen kannaksen kapein kohta voidaan esittää muodossa $-(x + 1) \leq y \leq x^2$, $-2 \leq x \leq 1$.

8. Määritä kaikki kokonaislukuparit (m, n) , jotka toteuttavat yhtälön

$$(m + 2n + 1)(m - n + 2) = 5.$$

KÄÄNNÄ !

9. a) Suppenevan geometrisen sarjan summa on $\frac{5}{2}$. Sarjan termien neliöiden muodostaman sarjan summa on $\frac{25}{6}$. Määritä sarjan termien kuutioiden muodostaman sarjan summa.
- b) Säätiö, jonka pääoma vuoden 1993 alussa oli 10 miljoonaa markkaa, jakaa joka vuoden lopussa apurahoina puolet pääoman tuotosta, joka on 10 % vuodessa. Loput tuotosta lisätään pääomaan. Minkä vuoden lopussa pääoma on kaksinkertaistunut, ja kuinka paljon apurahoja on siihen mennessä jaettu?
10. Olkoon P polynomi, jonka asteluku on ≥ 2 . Osoita: Reaaliluku a on yhtälölle $P(x) = 0$ vähintään kaksinkertainen juuri, jos ja vain jos a on yhtälöiden $P(x) = 0$ ja $P'(x) = 0$ yhteinen juuri.