

YLIOPILASTUTKINTO 27.9.1989 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 2, 3, 5, 9 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise epäyhtälö $\frac{x}{3} - \frac{x-3}{2} < x + \frac{x+6}{3}$.
2. a) Laske $f(2)$, kun $f(3) = 4$ ja $f'(x) = (3x - 1)^2$.
b) Määritä suorien $x - 3y + 3 = 0$ ja $3x - 10y + 1 = 0$ leikkauspiste.
3. a) Laske $\int_{1/2}^1 (1 - x^2)^2 dx$.
b) Paraabeli, jonka huippu on pisteessä $A = (0, 4)$, leikkaa x -akselin pisteissä $B = (3, 0)$ ja $C = (-3, 0)$. Määritä paraabelin ja x -akselin rajoittaman alueen ala.
4. Nosturi voi liikkua suoraa kiskoja pitkin 30 m ja kurottautua 20 m:n päähän. Kuinka suuri on nosturin saavuttama alue? (Vastaus 10 m²:n tarkkuudella.)
5. a) Millä muuttujan x arvoilla käyrä $y = (x - 1)^2(x + 1)$ laskee?
b) Määritä tarkka arvo luvulle, jonka neliöjuuri on $\sqrt{9 \cdot 8} + \sqrt{98}$.
6. Kevään ylioppilastutkintoon osallistuneitten lukumäärä kasvoi vuodesta 1983 vuoteen 1985 2,5 % . Kokelaista oli keväällä 1983 miespuolisia 38,28 % ja 1985 38,37 % . Kuinka monta prosenttia naispuolisten kokelaiden määrä tänä aikana kasvoi?
7. Erään tuotteen A valmistukseen käytetään viittätoista eri alihankkijoiden valmistamaa osaa. Kunkin osan toimituksessa sattuu yhtenä työpäivänä sadasta A :n tuotannon keskeyttäviä häiriöitä. Mikä on todennäköisyys, että tuotanto annettuna työpäivänä keskeytyy mainitusta syystä?
8. Määritä sellaiset luvut a ja b , että polynomi $x^3 - 3x^2 + x + a$ on jaollinen polynomilla $x^2 - x + b$.
9. a) Tasasivuisen kolmion ABC sivulla AB on piste D siten, että $AD = \frac{2}{3}AB$. Pisteeseen D sivulle AB piirretty normaali leikkaa sivun BC pisteessä E . Pisteeseen E sivua BC vastaan piirretty normaali leikkaa sivun CA pisteessä F . Määritä kolmioiden DEF ja ABC alojen suhde.
b) Funktio f on muotoa $f(x) = m \cdot 2^k x$, missä m ja k ovat positiivisia vakioita. Laske $f(6)$, kun $f(3) = 27$ ja $f(4) = 36$.
10. a) Neliön sivu on a ja keskipiste O . Kuinka suureksi on valittava O -keskisen ympyrän säde, jotta ympyrän ulkopuolelle jäävät neliön osat olisivat alaltaan yhtä suuret kuin neliön ulkopuolelle jäävät ympyrän osat?
b) Kahden luvun harmoninen keskiarvo on lukujen käänteislukujen keskiarvon käänteisluku. Osoita, että kahden erisuuren positiiviluvun a ja b harmoninen keskiarvo on pienempi kuin mainittujen lukujen keskiarvo.