

Tehtävissä 4, 6 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise yhtälö $3x = 3 + |2x - 3|$.
2. Laske lausekkeen $\log_k \frac{k^6 \sqrt{k}}{\sqrt{k^3}}$ ($k > 1$) arvo.
3. Laske $\int_{-1}^1 (e^x + e^{-x})^2 dx$.
4. a) Jänne jakaa ympyrän kehän osiin, joiden suhde on 1:2. Mikä on jänteen ja ympyrän halkaisijan suhde? (Ei likiarvoja).
 b) Vektoreiden $\vec{OA} = \vec{a}$ ja $\vec{OB} = \vec{b}$ kärkipisteiden A ja B kautta kulkevalta suoralta on määritettävä piste C siten, että $|\vec{CB}| : |\vec{CA}| = 3:5$. Määritä vektoreiden \vec{a} ja \vec{b} avulla kaikki ehdon täyttävät vektorit \vec{OC} .
5. Mitä arvoja funktio $f: f(x) = \frac{1+x^2}{1+x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, ei voi saada?
6. a) Olkoon $z = x + iy$ kompleksiluku ja \bar{z} sen liittoluku. Osoita, että $z + \bar{z}$ ja $z\bar{z}$ ovat reaalisia. Määritä kaikki kompleksiluvut z , jotka toteuttavat ehdon $z + \bar{z} \geq z\bar{z}$. Määritä näistä kompleksiluvuista se, jolla y on mahdollisimman suuri.
 b) Määritä $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 - 1| - 1}{|x|}$.
7. Piirrä epäyhtälöiden $0 \leq x \leq 12$, $y \geq 0$, $y \leq \frac{1}{16}(x-4)^2 + 8$ ja $y \geq 3x - 24$ määrittelemä alue sekä laske tämän alueen pinta-ala.
8. Paraabelin $y = \frac{1}{2}x^2$ ja suoran $y = 2$ rajoittama alue pyörähtää suoran $y = 2$ ympäri. Laske syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.
9. a) Toisen asteen yhtälössä $x^2 + px + q = 0$ toteuttavat umpimähkään valitut reaaliset kertoimet p ja q seuraavat ehdot: $|p| \leq 1$ ja $|q| \leq 1$. Millä todennäköisyydellä molemmat juuret ovat positiiviset?
 b) Määritä lausekkeen $\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ tarkka arvo, kun $\tan x = 2$.
10. Suorakulmiossa ABCD on $AB = DC = 4$ ja $AD = BC = 2$. Olkoon E sivun AD keskipiste. Sivulta AB on määritettävä piste X siten, että murtoviivan EXC pituus on 1^o mahdollisimman pieni, 2^o mahdollisimman suuri.