

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. - Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Laske ympyrän $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ keskipisteen etäisyys suorasta $x + y = 2$.
2. Ratkaise yhtälö $2z + 3i\bar{z} + i = 0$ ($z = x+iy$, $\bar{z} = x-iy$, x ja y reaalilukuja).
3. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
 - a) Sievennä lauseke $\sin^2\alpha + \sin^2(\alpha + \frac{2\pi}{3}) + \sin^2(\alpha - \frac{2\pi}{3})$ yksinkertaisimpaan muotoonsa.
 - b) Laske vektoreiden $\bar{u} = \cos\alpha \bar{i} + \sin\alpha \bar{j}$, $\bar{v} = \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \bar{i} + \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \bar{j}$ ja $\bar{w} = \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \bar{i} + \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \bar{j}$ summa.
4. Suorakulmaisen kolmion suoran kulman puolittaja leikkaa hypotenuusan pisteessä P. Osoita, että P on yhtä etäällä hypotenuusan vastaisesta mediaanista (keskijanasta) ja korkeusjanasta.
5. Yhdensuuntaisten sivujen a ja b suuntainen jana jakaa puolisuunnikkaan kahteen yhtä suureen osaan. Laske tämän janan pituus.
6. Ensimmäisessä akselikulmassa olevan pisteen (a,b) kautta piirretään suora, joka erottaa positiivisista koordinaattiakseleista janat OP ja OQ. Määrää summan OP + OQ pienin arvo.
7. Laske käyrän $y^2 = 2x + 1$ ja suoran $x - y - 1 = 0$ rajoittaman alueen pinta-ala. Piirrä kuvio.
8. Laske ympyränsektorin sisäänpiirretyn ympyrän säteen ja sektorin kaaren pituuden suhde, kun keskuskulma on 2α ($< \pi$). Mitä raja-arvoa tämä suhde lähestyy, kun kulma α lähestyy nollaa?
9. Määrää vakiot A ja B siten, että

$$\int \sqrt{4x^2 + 3} dx = A x \sqrt{4x^2 + 3} + B \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 3}) + \text{integroimisvakio}.$$
10. Piirrä käyrä $y = + \sqrt{|x|}$ sekä määrää pisteen (1,-2) lyhin etäisyys käyrästä.
11. Funktio f on derivoituva ja $f'(x) = \frac{1}{2} f(x) - 1$ kaikilla x :n arvoilla; edelleen on $f(0) = 2$. Osoita, että $f(x)$ on identtisesti 2.
12. Akselien joukkotuotannossa halkaisijan valmistusvirhe x on välillä $(-a, +a)$; virhejakautuman tiheysfunktio on $\frac{3}{4a} (1 - (\frac{x}{a})^2)$. Kuinka monta prosenttia akseleista on sellaisia, joiden halkaisijan virhe on välillä $(-a/2, +a/2)$?