

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. - Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Määrää yhtälön $(1 + x)^3 = 1$ reaali juuret.

2. Määrää sen logaritmi järjestelmän kantaluku, jossa $\log 4 = -2$.

3. Käyrien $y = x^3$ ja $y = x^2$ leikkauspisteeseen $(1,1)$ piirretään normaalit molemmille käyrille. Laske normaalien ja x-akselin rajoittaman kolmion pinta-ala.

4. Määrää luku a ($\neq 0$) siten, että yhtälöparilla

$$\begin{cases} xy = 1/2 \\ x + ay = -2 \end{cases}$$

on vain yksi ratkaisu.

5. Todista, että positiivisilla a :n ja b :n arvoilla on $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, mutta $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

6. Ympyrä, jonka säde on r , sivuaa kulman toista kylkeä ja erottaa toisesta kyljestä säteen pituisen jänteen. Ympyrän keskipiste on kulman sisällä ja etäisyydellä $3r$ sen kärjestä. Laske kulma $0,1^\circ$:n tarkkuudella.

7. Kahden toistensa ulkopuolella olevan pallon säteet ovat R ja r ja keskipisteiden välimatka a . Missä pallojen keskipisteiden yhdys suoralla olevissa pisteissä pallot näyttävät yhtä suurilta? Jos pallot ovat Maa ja Kuu: $R = 6,4 \cdot 10^3$ km, $r = 1,7 \cdot 10^3$ km ja $a = 3,8 \cdot 10^5$ km, niin kuinka kaukana ko. pisteet ovat Maan keskipisteestä?

8. Kuinka suuri on paraabelin $y = x^2 - 4x + 7$ lyhin etäisyys suorasta a) $y = 1$, b) $y = x$?

9. Mikä positiivinen kokonaisluku n antaa lausekkeelle $n^3 - 12n^2 + 42n$ pienimmän arvon?

10. Olkoot A ($x = 0$), B ($x = 2$) ja C ($x = 3$) x-akselin kiinteitä pisteitä sekä P sen liikkuva piste (abskissa $= x$). Olkoon $y = f(x)$ funktio, joka ilmoittaa P -pisteen pisteistä A , B ja C laskettujen etäisyyksien summan. Piirrä funktion f kuvaaja ja määrää funktion pienin arvo.

11. Funktio $f(x)$ saa arvon 2, kun $x = 1$, ja arvon -4, kun $x = 4$, ja lisäksi on $f''(x) = 0$ kaikilla x :n arvoilla. Laske $f(3)$ ja $f'(3)$.

12. Millä todennäköisyydellä kolmesta umpimähkään valitusta henkilöstä ainakin kaksi on syntynyt samana viikonpäivänä?