

Tehtävissä 3, 5, 7 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise epäyhtälö  $2|2 - x| < \sqrt{x - 2}$ .
2. Laivat A ja B ajavat saman edestakaisen matkan niin, että A ajaa sekä meno- että tulomatkan 18 solmun nopeudella ja B ajaa menomatkan 20 solmun ja tulomatkan 16 solmun nopeudella. Kumpi laivoista kulkee edestakaisen matkan nopeammin? Kuinka monta prosenttia enemmän aikaa käyttää hitaampi laiva? Yksi solmu on 1,85 km/h.
3. a) Näytä, että jokaisella  $k = 1, 2, 3, \dots$  luku  $k^3 + k$  on parillinen.  
 b) Kuutio jaetaan kuuteenkymmeneen neljään keskenään samansuuruiseen kuutioon. Mikä on näin muodostuneiden pikkukuutioiden särmän pituus (cm), kun alkuperäisen kuution tilavuus on 1,00 litraa?
4. Määritä suoran  $y = 3x - 2$  ja paraabelin  $y = x^2 - 2$  rajoittaman alueen ala.
5. a) Määritä ne käyrän  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  pisteet, joihin piirretyt käyrän tangentit leikkaavat  $x$ -akselin  $45^\circ$  kulmassa.  
 b) Rantakaavassa määrätään, että 100 m lähemmäksi rantaa ei saa rakentaa. Kaava-alueella on tasasivuisen kolmion muotoinen saari, jonka pinta-ala on 5,00 ha. Saako sille rakentaa?
6. Kolmion kärjet ovat pisteissä  $(0,0,0)$ ,  $(\frac{1}{2}, 1, 0)$  ja  $(0, 1, 1)$ . Piirrä kuva kolmiosta  $xyz$ -koordinaatistoon. Kuinka suuri on kolmion pinta-ala?
7. a) Sijoittaja voi tallettaa pääoman 4,60 % korolla koko vuodeksi tai 4,40 % korolla puoleksi vuodeksi ja sitten kertyneen rahasumman  $p$  % korolla lopuksi vuotta. Jos kaikki prosentit  $p$  välillä  $[4,00, 4,90]$  ovat yhtä todennäköisiä, niin mikä on todennäköisyys sille, että jälkimmäinen tapa on edullisempi?  
 b) Funktioilla  $f$  ja  $g$  on jatkuvat derivaatat välillä  $[a, b]$ . Johda funktioille osittaisintegroitikaava

$$\int_a^b f'g dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b g'f dx.$$

KÄÄNNÄ!

8. Saari on ympyränmuotoinen ja sen halkaisija vuonna 1995 on 110 m. Pohja saaren ympärillä viettää tasaisesti 72 cm vaakasuorasti mitatulla kymmenellä metrillä. Maa kohoaa 38 cm sadassa vuodessa. Johda lauseke  $A(t)$  saaren pinta-alalle (pinta-ala neliömetreinä ja aika  $t$  vuosina). Kuinka monta prosenttia saaren pinta-ala on vuonna 2000 suurempi kuin vuonna 1995? Minä vuonna, vuosien 1995 ja 2300 välisenä aikana, saaren pinta-ala kasvaa eniten?

9. a) Ajanhetkellä  $t \geq 0$  ovat pisteet  $z_1 = z_1(t)$  ja  $z_2 = z_2(t)$  kompleksitasolla paikoissa

$$z_1(t) = t + ie^{-t}, \quad z_2(t) = 3 + t + 2ie^{-t}.$$

Määritä pisteiden välinen etäisyys  $|z_1 - z_2|$  hetkellä  $t$ . Milloin etäisyys on suurin?

Määritä  $\lim_{t \rightarrow \infty} |z_1(t) - z_2(t)|$ .

b) Kun  $a \in [0, 2]$ , niin merkitään  $f(a)$ :lla funktion  $g(x) = x^2 - 2ax$  pienintä arvoa välillä  $[1, 4]$ . Määritä funktio  $f$  ja piirrä sen kuvaaja. Määritä derivaatta  $f'(\frac{3}{2})$ . Onko  $f$ :llä derivaatta välin  $]0, 2[$  jokaisessa pisteessä?

10. Konstruoi esimerkki funktiosta  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , jolla on täsmälleen yksi epäjatkuvuuspiste ja jolla ei ole derivaattaa kahdessa pisteessä. Anna  $f(x)$ :n lauseke ja piirrä  $f$ :n kuvaaja.