

YLIOPIILASTUTKINTO 27.3.1991 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 1, 3, 5, 6 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. a) Sievennä lauseke $(a + b)^2 - (a - b)^2$ ja laske sen tarkka arvo, kun $a = 100^{300}$, $b = 100^{-300}$.
 b) Kuluttaja osti ensin 250 g kahvia normaalihintaan ja seuraavana päivänä 750 g samaa kahvia 35 % alennuksella. Kuinka monta prosenttia normaalihintaa halvemmaksi koko kahvikilo tällöin tuli?
2. Ratkaise yhtälö $4\sqrt{3}x = 1 - 4x^2$.
3. a) Maapallo, jonka säde on 6400 km, kiertää vuodessa kerran auringon ympäri 150 miljoonan kilometrin etäisyydellä. Kuinka monessa minuutissa maa kulkee halkaisijansa pituisen matkan? Maan kiertorataa voidaan pitää ympyränä.
 b) Kolmion kärkinä ovat pisteet $A = (-1, 1)$, $B = (2, -1)$ ja $C = (3, 3)$. Esitä komponenttimuodossa vektorit $\vec{p} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{q} = \overrightarrow{BC}$ ja $\vec{r} = \overrightarrow{CA}$ sekä laske summat $\vec{p} + \vec{q} + \vec{r}$ ja $3\vec{p} - \vec{q} + 2\vec{r}$.
4. Työkalujen hankintakustannuksista saa verotuksessa vähentää hankintavuotena 30 % ja kunakin seuraavana vuotena 30 % jäljelle jääneestä määrästä. Kuinka monen vuoden kuluttua näin laskettujen vähennysten summa ylittää 60 % hankintakustannuksista?
5. a) Luvun $\sqrt{r^2 - a^2}$ likiarvona voidaan käyttää lukua $r - \frac{1}{2}a^2/r$. Laske tämän nojalla luvun $\sqrt{3}$ likiarvo sopivia kokonaislukuja r ja a käyttäen. Kuinka monta prosenttia tämä likiarvo poikkeaa tarkasta arvosta?
 b) Määritä $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{17x^2 + 82x - 15}{x + 5}$.
6. a) Erään maljan sisältämä nestemäärä on suoraan verrannollinen nestepinnan korkeuden neliöön. Korkeuden ollessa 10 cm malja sisältää 1,0 l nestettä. Mikä on nestepinnan korkeus, kun maljassa on 2,0 l nestettä?
 b) Laske käyrien $y = 4x^2$ ja $y = (x + 3)^2$ rajoittaman alueen pinta-ala.
7. Pussituskonetta säätämällä pussin keskisisältö voidaan valita väliltä 300 g ... 500 g. Mittausten mukaan sisällön massa on tällöin normaalisti jakautunut hajonnan ollessa 15 g. Miten suureksi pussin keskisisältö olisi säädettävä, kun vaaditaan, että pussin sisältö on 95 prosentin todennäköisyydellä yli 400 g ?

KÄÄNNÄ !

8. Järven rannalla on kaksi tähtäyspistettä A ja B , joiden välinen etäisyys on 1386 m. Vastarannalla on puu P . Suuntakehällä on mitattu kulmat $PAB = 37,4^\circ$ sekä $PBA = 53,9^\circ$. Laske puun etäisyys pisteestä A .
9. Määritä graafisesti yhtälön $2^x = x + \frac{3}{2}$ juuret. Paranna sen jälkeen suurimman juuren likiarvoa laskinta käyttäen kahden desimaalin tarkkuuteen.
10. a) Määritä funktio f , kun $f'(x)$ on suoraan verrannollinen muuttujaan x ja $f(0) = 1$ sekä $f'(1) = 14/31$.
- b) Suorien $y = 4x$ ja $y = -x + 9$ sekä x -akselin rajoittamaan kolmioon piirretään suorakulmio siten, että yksi sivu on x -akselilla. Mikä on suorakulmion pinta-alan suurin mahdollinen arvo?