

YLIOPIILASTUTKINTO 30.3.1990 MATEMATIIKKA, LAAJA OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 1, 3, 6, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. a) Olkoon $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$. Laske $f(2 \ln 2)$ ja ratkaise yhtälö $f(x) = \frac{1}{6}$.

b) Erään lainan vuotuinen korko nousi 11 prosentista 12,5 prosenttiin. Kuinka monta prosenttia lainan korkokulut tällöin nousivat?

2. Laske $\int_1^e \frac{x+2}{x} dx$.

3. a) Kolmion kulmat ovat x , $2x$ ja $3x$. Laske lausekkeen $(\sin x + \sin 2x + \sin 3x)^2$ tarkka arvo.

b) Määritä yhtälön $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$ kaikki neljä juurta.

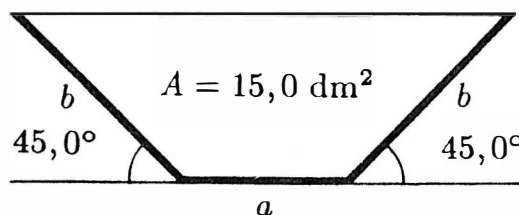
4. Eräs kirjakauppa myy CD-ROM-sanakirjaa, tietosanakirjaa ja levyasemaa seuraavin pakettihinnoin: Sanakirja ja levyasema 9 000 mk, tietosanakirja ja levyasema 8 200 mk, sanakirja, tietosanakirja sekä levyasema 12 000 mk. Mikä on tämän mukaan levyaseman hinta?

5. Tieverkon muodostavat kehätiet $x^2 + y^2 = r^2$, $r = 1, 2, 3$ km, sekä kahdeksan origosta O lähtevää säteittäistä tietä, yksi kuhunkin pää- ja väli-ilmansuuntaan. Määritä lyhin reitti uloimman kehätien pisteestä P , joka on pohjoisen ja koillisen säteen puolivälissä, pitkin tieverkkoa pisteeseen Q , joka on läntisellä säteellä kahden sisemmän kehän puolivälissä. Mikä on tämän reitin pituus?

6. a) Ratkaise epäyhtälö $|\frac{2x+1}{3x-1} - \frac{2}{3}| < 0,01$.

b) Kuution muotoinen puupino sisältää n^2 kappaletta samankokoisia metrin pituisia pyöreitä puita, jotka on ladottu n :ään samanlaiseen kerrokseen (n kokonaisluku). Määritä pinoon puusisällön tilavuus.

7. Vesikourun poikkileikkaus A on alla olevan kuvion mukainen. Virtausvastuksen pienentämiseksi $a + 2b$ pyritään saamaan mahdollisimman pieneksi. Määritä vastaavat a ja b millimetrin tarkkuudella.



KÄÄNNÄ !

8. a) Eräs tiedonsiirtojärjestelmä välittää nollista ja ykkösistä koostuvia seitsemän merkin pituisia "sanoja". Satunnaisten, toisistaan riippumattomien häiriöiden vuoksi 0 vääristyy 1:ksi todennäköisyydellä 0,005, kun taas 1 vääristyy 0:ksi todennäköisyydellä 0,010. Mikä on todennäköisyys, että lähetetty sana 0010111 saapuu vastaanottimeen siten, että enintään yksi merkki on virheellinen?
- b) Määritä ne xy -tason pisteet, joilla $\sin x \sin y + \cos x \cos y = 1$. Piirrä kuvio.
9. Olkoon f funktio $f(x) = x^2 e^{-x^3} + x$. i) Osoita, että $x_0 \neq 0$ on yhtälön $f(x) = 0$ juuri, jos ja vain jos x_0 on yhtälön $e^{x^3} + x = 0$ juuri. ii) Osoita, että yhtälöllä $f(x) = 0$ on täsmälleen yksi nollasta eroava juuri. iii) Määritä tämä juuri kahden desimaalin tarkkuudella.
10. a) Lentokone lähtee nousuun vektorin $-20\vec{i} + 10\vec{j} + 3\vec{k}$ suuntaisesti vaakatasoa kuvaavan xy -tason pisteestä $(1\,500, 2\,000)$. Samassa koordinaatistossa maantietä esittää yhtälö $2x + y = 200$. Millä korkeudella lentokone ylittää maantien? Koordinaatiston pituusyksikkö on 1 m.
- b) Osoita, että ympyrän sisäänpiirretyistä kolmioista tasasivuinen kolmio on alaltaan suurin. Ohje: Osoita ensin, että tasasivuinen kolmio on suurin sisäänpiirretyistä tasakylkisistä kolmioista.