

Tehtävissä 6, 8 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Laske $\int_0^4 (\sqrt{x} + 1)^2 dx$.

2. Määritä $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right)^2$.

3. Millä vakion a arvolla jakolasku

$$(x^3 + 2x^2 + ax) : (x - 3)$$

päättyy tasan? Määritä saadulla vakion arvolla polynomien $x^3 + 2x^2 + ax$ kaikki nollakohdat.

4. Ratkaise epäyhtälö $\sqrt{x + 2} < |x|$.

5. Ratkaise yhtälö $2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} = 0$.

6. a) Määritä vektori, joka on kohtisuorassa sekä vektoria $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ että vektoria $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ vastaan ja jonka pituus on 1.

b) Funktio f on määritelty koko \mathbb{R} :ssä, ja \mathbb{R} :n kuva $f(\mathbb{R}) = [-1, 2]$.

Määritä funktion $g: g(x) = (3 + |f(x)|)^2$ suurin ja pienin arvo.

7. Yhtälön $\sqrt{x} + \frac{4}{x} = \sqrt{3} + \frac{4}{3}$ yksi juuri on 3. Osoita, että yhtälöllä on toinenkin reaalijuuri.

8. a) Määritä käyrältä $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, missä $x \geq 0$ ja $y \geq 0$, piste (x, y) siten, että summa $x + y$ on mahdollisimman suuri. Mikä on tämä suurin arvo?

b) Määritä luvun $(1/2)^{2000}$ likiarvo kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.

9. a) Osoita, että kaikki käyrät

$$y = px^2 - 2pqx + 5 - 4p + 4pq,$$

missä p ja q ovat vapaasti valittavia reaalilukuja, kulkevat saman pisteen kautta. Mikä on tämä piste?

b) Huoneessa on 4 naista ja 5 miestä. Huoneesta kutsutaan umpimähkään 4 henkilöä. Satunnaismuuttuja \underline{x} ilmaisee, kuinka monta kutsutuista on miehiä.

Laske todennäköisyydet $P(\underline{x} = 0)$, $P(\underline{x} = 1)$, ..., $P(\underline{x} = 4)$ ja \underline{x} :n odotusarvo.

10. Funktio f määritellään koko \mathbb{R} :ssä kaavalla

$$f(x) = \int_{-1}^1 |x - t| dt.$$

Määritä tämän funktion esitys integroidussa muodossa ja piirrä funktion kuvaaja.