

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta.- Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Ratkaise yhtälö  $(2 + \frac{3}{x})(4 - \frac{1}{5x}) = 0$  .
2. Näytä, että kokonaislukujen  $n-1$ ,  $n$  ja  $n+1$  kuutioiden keskiarvo on kokonaisluku, joka saadaan myös siten, että näiden lukujen summaan lisätään samojen lukujen tulo.
3. Määrää funktion  $(x+1)^3 - (x-1)^3$  pienin arvo.
4. Tasakylkisen kolmion kylkiä vastaan piirretyt mediaanit leikkaavat toisensa kohtisuorasti. Määrää kolmion kyljen ja kannan suhde ja kolmion huippukulma  $0,1^{\circ}$ :n tarkkuudella.
5. Suorakulmaisen kolmion kaksi kärkeä ovat  $B = (4, 0)$  ja  $C = (1, -2)$  sekä sen kateettien  $AC$  ja  $BC$  suhde  $1:2$ . Laske pisteen  $A$  koordinaatit.
6. Suorakulmaisen kolmion pienempää kateettia  $a$  jatketaan janalla  $2a$  ja suurempaa kateettia  $b$  lyhennetään janalla  $a$ . Määrää  $a:b$  siten, että saadun kolmion hypotenuusa kulkee annetun kolmion hypotenuusan keskipisteen kautta.
7. Pistemäinen valonlähde on annetulla etäisyydellä  $c$  pallon keskipisteestä ja valaisee kuudennen osan sen pinnasta. Laske pallon säde.
8. Funktio  $f$  saa kohdassa  $x = 0$  arvon  $a$  ja sen derivaatta  $f'$  arvon  $b$ . Muodosta funktion  $y = f^2$  erotusosamäärä lähtien  $x$ :n arvosta  $0$  ja määrää sen avulla tämän funktion derivaatta kohdassa  $x = 0$ .
9. Funktio  $f$  toteuttaa kaikilla  $x$ :n positiivisilla arvoilla epäyhtälöt

$$f(x) \leq \frac{1}{x} \quad \text{ja} \quad f(x) \leq 8x + 2 .$$

Osoita, että kaikilla näillä arvoilla on  $f(x) \leq 4$  .

10. Osoita, että polynomin  $x^3 + (3-a)x^2 - 2ax$  ( $a > 0$ ) nollakohdat ovat lukujen  $-3$  ja  $a$  välissä.
11. Millä  $a$ :n arvolla paraabeli  $y = 2x^2 - x + 2$  sekä suorat  $y = 0$ ,  $x = a$  ja  $x = a+1$  rajoittavat mahdollisimman pienen alueen? Laske tämän alueen pinta-ala.
12. Luokassa on 6 poikaa ja 12 tyttöä. Luokan edustajiksi valitaan arpomalla kaksi oppilasta. Mikä on todennäköisyys sille, että ainakin toinen valituista on tyttö?